

LICEO ARTISTICO

A. SERPIERI

PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA

CLASSE 1U

anno scolastico 2017/18

Prof.ssa Rastelli Barbara

ALGEBRA

Insiemi Numerici

Gli insiemi numerici N , Z , Q : rappresentazione sulla retta, operazioni e proprietà

- Rappresentazione degli insiemi numerici sulla retta.
- Applicazione delle proprietà delle quattro operazioni e delle potenze.
- Calcolo del valore di un'espressione.
- Trasformazione una frazione in numero decimale finito e in numero periodico e viceversa.
- Ordinamento di due o più frazioni.

Rapporti e proporzioni: scale di riduzione, la percentuale

- Ingrandimenti e riduzioni in scala
- Calcolo della percentuale

Calcolo letterale

Espressioni letterali come modelli nei problemi.

- Traduzione di problemi in espressioni letterali.
- Decodificazione di un'espressione letterale.

Monomi e polinomi

- Operazioni ed espressioni con i monomi.
- Operazioni ed espressioni con i polinomi.
- Sviluppo di prodotti notevoli (quadrato di un binomio e di un trinomio; cubo di binomio; somma per differenza).

Equazioni di 1° grado

Equazioni di 1° grado intere; problemi di primo grado (algebrici e geometrici)

- Identità ed equazioni.
- Risoluzione equazioni di 1° grado intere.
- Equazioni come modello: risoluzione di problemi ad una incognita.

Disequazioni

Disequazioni di 1° grado intere

- rappresentazione e scrittura di un intervallo; proprietà della disuguaglianza;
- risoluzione di disequazioni di 1° grado intere;
- discussione del segno di un prodotto e di un quoziente.

Sistemi di disequazioni di 1° grado

GEOMETRIA

- Geometria euclidea: elementi fondamentali
- Classificazione dei triangoli e relative proprietà
- Congruenza dei triangoli
- Triangolo isoscele e sue proprietà
- Altezza, mediana e bisettrice di un triangolo isoscele
- Disuguaglianza triangolare; angolo esterno di un triangolo
- Rette perpendicolari; piede della perpendicolare;
- distanza punto-retta. Proiezione su una retta assegnata
- Rette parallele; rette parallele tagliate da una trasversale. Criteri di parallelismo
- Teorema dell'angolo esterno di un triangolo
- Teorema della somma degli angoli interni di un triangolo

Per gli alunni con sospensione del giudizio, i livelli minimi da raggiungere fanno riferimento a quanto stabilito nelle intese didattiche:

Contenuti essenziali

- Insiemi numerici N, Z, Q e proprietà delle potenze
- Polinomi: operazioni e prodotti notevoli (quadrato di binomio e somma per differenza)
- Equazioni di I grado numeriche intere
- Disequazioni di I grado intere
- Sistemi di disequazioni di I grado
- Funzioni e loro rappresentazione. Funzione lineare
- Elementi geometrici fondamentali. I triangoli

Abilità e competenze minime

- Possedere le basi del calcolo in N, Z, Q
- Saper operare con i monomi e i polinomi
- Saper utilizzare i seguenti prodotti notevoli: quadrato di binomio, somma per differenza
- Saper risolvere semplici equazioni e problemi di I grado
- Saper risolvere una semplice disequazione di I grado intera
- Saper risolvere un sistema di disequazioni
- Saper rappresentare e analizzare funzioni nel piano cartesiano
- Conoscere gli elementi geometrici fondamentali. Conoscere i criteri di congruenza dei triangoli e le proprietà dei triangoli. Saper dimostrare semplici teoremi sulla congruenza di triangolo

Libro di testo utilizzato:

Bergamini, Barozzi “Matematica multimediale.bianco” vol.1 Zanichelli

Rimini 1 Giugno 2018

L'insegnante
Rastelli Barbara

.....

Gli alunni rappresentanti di classe:

.....

.....

Prof. Rastelli

Esercizi riassuntivi: i numeri razionali relativi

517 Dati i tre numeri razionali $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{8}$, $\frac{5}{4}$, scrivi i loro opposti e i loro reciproci. Ordina quindi in senso crescente i nove numeri così ottenuti e rappresentali sulla retta.

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

518 $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{67} \right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{11} \right]$ $\left[-\frac{8}{27}\right]$

519 $\left(-\frac{1}{5}\right)^8 : \left(-\frac{1}{5}\right)^6 + \left(\frac{1}{10}\right)^7 : \left[\left(\frac{1}{10}\right)^3\right]^2 + \left(-\frac{1}{10}\right)^2$ $\left[\frac{3}{20}\right]$

520 $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^{-5} : \left(\frac{1}{30}\right)^6$ [30]

521 $\left\{ \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \right]^2 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \right]^5 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \right\} : \frac{19}{9}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

522 $\left\{ \left[\left(\frac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^5 \right] : \left[\left(-\frac{5}{4}\right)^4 \right]^2 + 1 \right\}^3 : \left(-\frac{1}{2}\right)^5$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

523 $\left\{ \left[(-0,3)^{-4} \right]^{-3} : \left[(0,2 \cdot 0,5)^{-5} \right]^{-1} - \frac{1}{3} \right\}^{-1} + 0,5$ [-4]

Semplifica le seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

573 $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^5 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{11}{32} \right]^5 : \left(\frac{1}{4}\right)^3$ $\left[\frac{1}{16}\right]$ **585** $\left[\left(-\frac{1}{20}\right)^5 \right]^3 : \left[\left(-\frac{1}{20}\right)^2 \right]^7 : \left(-\frac{3}{10}\right)$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

574 $\left[\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{17}{12}\right)^3 \right]^2 : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 \right]^2$ $\left[\frac{1}{9}\right]$ **586** $\left\{ \left(\frac{1}{5}\right)^0 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^6 \right]^2 : \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 \right]^5 \right\} : \left(-\frac{4}{5}\right)^2$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

575 $\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{16} \right]^{11} : \left(\frac{1}{2}\right)^8$ $\left[\frac{1}{8}\right]$ **587** $\left[\left(-\frac{7}{5}\right) : \left(-\frac{35}{10}\right) \right]^8 : \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3 \right]^2 - \left(-\frac{21}{25}\right)$ [1]

576 $\left(\frac{1}{5}\right)^7 : \left[\left(\frac{1}{5}\right)^3 \right]^2 + \frac{9}{5}$ [2] **588** $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{13} : \left(\frac{1}{4}\right)^{11} + \left(-\frac{1}{4}\right)^7 : \left(-\frac{1}{4}\right)^5 \right]^{10} : \left(\frac{1}{8}\right)^8$ $\left[\frac{1}{64}\right]$

577 $\left(-\frac{2}{5}\right)^7 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^2 \right]^3 - \left(-\frac{1}{10}\right)$ $\left[-\frac{3}{10}\right]$ **589** $\frac{[(0,2)^4 \cdot (0,2)^6]^{-1}}{[(-5)^2]^4}$ [25]

578 $\left(\frac{1}{15} - \frac{3}{5} + \frac{6}{5}\right)^{12} : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \right]^5$ $\left[\frac{4}{9}\right]$ **590** $\frac{0,2 - (0,2)^{-1}}{0,2 + (0,2)^{-1}}$ $\left[-\frac{12}{13}\right]$

Traduci le operazioni descritte in un'espressione numerica e calcolane il valore.

524 Eleva al quadrato l'opposto di $\frac{2}{3}$. $\left[\frac{4}{9}\right]$

525 Eleva al cubo il reciproco di -3 . $\left[-\frac{1}{27}\right]$

526 Eleva al quadrato il reciproco di -2 . Somma al risultato ottenuto il doppio del quadrato di $-\frac{1}{4}$. $\left[\frac{3}{8}\right]$

527 Calcola il quoziente tra il quadrato di $-\frac{1}{8}$ e il cubo di $-\frac{1}{2}$. $\left[-\frac{1}{8}\right]$

528 Scrivi in notazione scientifica il reciproco di $1,25 \cdot 10^{-4}$. $[8 \cdot 10^3]$

Problemi

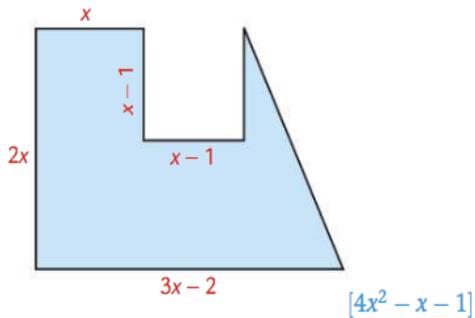
614 Per superare un esame, costituito da un test di 490 domande, bisogna aver risposto correttamente ad almeno il 70% di esse. Un candidato ha risposto correttamente a 341 domande. Ha superato la prova? [No]

615 Fra i partecipanti a un convegno:

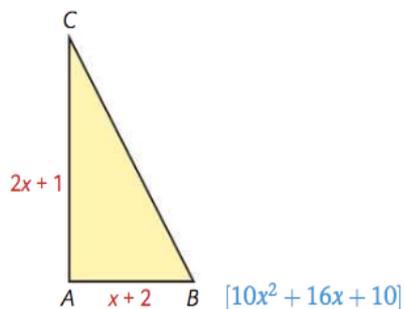
- il 40% sono maschi;

Problemi di geometria nel piano

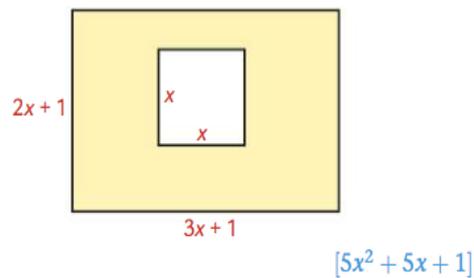
487 Sia $x > 1$. Esprimi tramite un polinomio in forma normale nella variabile x l'area della seguente figura.



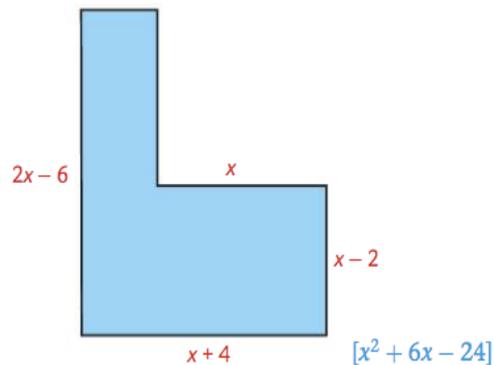
488 Esprimi, tramite un polinomio in forma normale, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati del triangolo rettangolo ABC.



489 Sia $x > 0$. Esprimi tramite un polinomio in forma normale l'area della figura colorata in giallo.



490 Sia $x > 4$. Esprimi tramite un polinomio in forma normale nella variabile x l'area del poligono colorato.



605 $(2 - m)^3 + 2m(3 - m)^2 - m^2(m + 2) + 2m(4m - 3)$ [8]

606 $[(x - 1)^3 - (x + 1)^3]^2 - 4(3x^2 + 1)(3x^2 - 1) - 8$ [24x^2]

607 $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 + (x - 1)^2 - (x + 1)^2 + x - 1 + 3(x + 1)$ [-6x^2]

608 $[(k - 1)(k + 1)(k^2 + 1) + 2]^2 - (k - 1)^2(k + 1)^2 - k^4(k - 1)(k + 1)(k^2 + 1)$ [2k^4 + 2k^2]

609 $(a^2 + a + 1)^2 - (a + 1)^2 - (a - 1)(a + 1)(a^2 + 1) - 2(a - 1)^3 - 3$ [8a^2 - 6a]

610 $(m^2 - m - 1)^2 - (m + 1)^2 + (-1 - m^2)(-1 + m^2) + 2(m - 1)^3 + 8m^2$ [6m - 1]

611 $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right) + \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)^2 - \frac{1}{2}x^2$ [$\frac{1}{3}xy$]

612 $\left(\frac{1}{2}x - y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + y\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}x + y\right)\left(-\frac{1}{2}x - y\right) + \left(\frac{1}{2}x + 2y\right)^2$ [5y^2]

613 $(0,2x - 1)(0,2x + 1) - \left(\frac{1}{5}x - 1\right)^2 + (x + 1)^3 - (x - 1)^3 - \frac{2}{5}x$ [6x^2]

633 Dato il polinomio $P(x) = x^2 - 1$, calcola $P(a + 1) - P(a - 1)$. [4a]

634 Dato il polinomio $P(x) = (x + 1)^3$, calcola $P(a) - P(a - 1)$. [3a^2 + 3a + 1]

635 Indicati con x e y , nell'ordine, due numeri, scrivi le espressioni algebriche che corrispondono alle seguenti espressioni verbali e semplificalle:

- il quadrato della somma tra il primo numero e il doppio del secondo;
- il prodotto tra la differenza dei due numeri, la loro somma e la somma dei loro quadrati;
- la differenza tra il quadrato della somma dei due numeri e la somma dei quadrati dei due numeri;
- la differenza tra il quadrato della somma del primo numero con il doppio del secondo e il doppio del prodotto tra la somma dei due numeri e la somma del primo numero con il doppio del secondo.

[a. $x^2 + 4xy + 4y^2$; b. $x^4 - y^4$; c. $2xy$; d. $-x^2 - 2xy$]

642 In un trapezio rettangolo l'altezza misura $4a$, la misura della base maggiore supera di 1 unità quella dell'altezza e la misura della base minore supera di 1 unità la misura di $\frac{1}{4}$ dell'altezza. Esprimi tramite un polinomio in forma normale:

- il perimetro del trapezio;
- l'area del trapezio;
- la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati del trapezio.

(Suggerimento: ricorda il teorema di Pitagora per calcolare la misura del lato obliquo)

[a. $14a + 2$; b. $10a^2 + 4a$; c. $58a^2 + 10a + 2$]

195 $[(x+1)^2 - (x-1)^2]^2 = (4x-1)(4x+1)$ [Impossibile]

196 $-\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2}(x+1)^2 = (2x-1)(2x+1) - 3(x-2)^2$ $\left[\frac{7}{4}\right]$

197 $\frac{1}{3}(x-3)^2 + \frac{1}{6}(x+2)^2 = \left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right) + \frac{1}{4}(x-2)^2$ [11]

198 $\frac{2}{3}\left[2 - \left(\frac{x}{3} + 6\right) - 2(x-1)\right] = \frac{5}{6}x - 1$ $\left[-\frac{6}{43}\right]$

199 $\frac{2x-3}{4} + 6 + \frac{x}{2} = \frac{3(x-3)}{4} - 2$ [-38]

200 $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{x-1}{12} = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right)$ $\left[\frac{5}{9}\right]$

201 $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 3\right) = -2x$ [Impossibile]

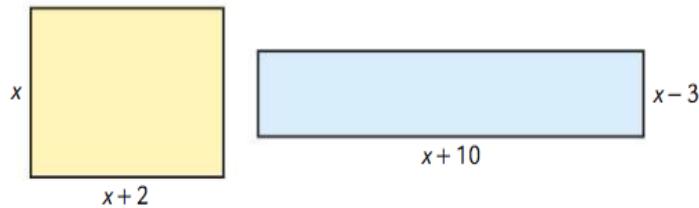
202 $\frac{1}{2}\left[4 - \left(1 - \frac{2}{3}x\right) + 2x\right] = \frac{-2x+1}{3} - 1$ $\left[-\frac{13}{12}\right]$

203 $\frac{x+5}{2} - \left(\frac{x-5}{2}\right)^2 = -\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2$ $\left[\frac{11}{8}\right]$

204 $\frac{1}{15}\left[(3x-5)^2 - (3x+5)^2\right] = 2(1-2x)$ [Impossibile]

205 $\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{3}(1-x) + \frac{1}{2}(x+2)$ $\left[-\frac{4}{11}\right]$

380 I due rettangoli disegnati qui sotto hanno la stessa area. Determina x .



[$x = 6$]

381 Un quadrato e un rettangolo hanno lo stesso perimetro. La base del rettangolo supera di 5 cm il lato del quadrato e l'altezza del rettangolo è la metà del lato del quadrato. Qual è il perimetro del quadrato? [40 cm]

382 Un quadrato e un rettangolo hanno la stessa area. La base del rettangolo supera di 5 cm il lato del quadrato e l'altezza del rettangolo è 3 cm in meno del lato del quadrato. Qual è l'area del quadrato? [56,25 cm²]

383 Dividi un segmento di 11 cm in tre parti, in modo che la seconda sia 1 cm in più della prima e la terza sia $\frac{2}{5}$ della seconda. [4 cm; 5 cm; 2 cm]

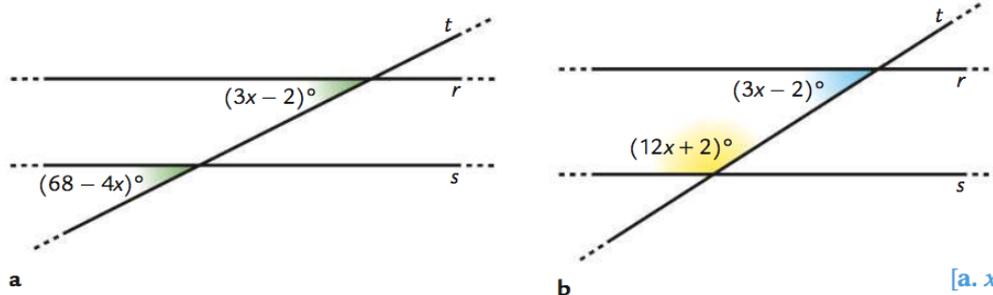
384 In un rettangolo un lato è il doppio dell'altro e il perimetro è di 42 cm. Determina la lunghezza della base e quella dell'altezza. [7 cm; 14 cm]

385 Dividi un segmento di 24 cm in tre parti, in modo che la seconda parte superi di 1 cm $\frac{2}{5}$ della prima e la terza sia 2 cm in meno di $\frac{5}{4}$ della seconda. [12,5 cm; 6 cm; 5,5 cm]

386 In un triangolo isoscele, la lunghezza della base è $\frac{3}{2}$ della lunghezza dei lati congruenti. Sapendo che il perimetro del triangolo è di 21 cm, determina le lunghezze dei lati. [6 cm; 6 cm; 9 cm]

407 Due angoli supplementari sono uno $\frac{1}{5}$ dell'altro. Quali sono le ampiezze dei due angoli? [150°; 30°]

408 Sapendo che r e s sono parallele, trova il valore di x nelle seguenti figure.



[a. $x = 10$; b. $x = 12$]

$$186 \quad (2x-1)^2 + (2x+1)^2 \leq (1-2x)^2 + (-2x-1)^2 + 10$$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

$$187 \quad [(x-1)^2 - (x+1)^2]^2 \leq (8x+1)(2x-3)$$

$$\left[x \leq -\frac{3}{22} \right]$$

$$188 \quad (x-3)^2 - (x+3)^2 < (x+3)(x-3) - x(x+12)$$

[Impossibile]

$$189 \quad \frac{x+3}{3} + \frac{x+2}{2} + (x-1)^2 \geq (x-2)(x+2)$$

$$[x \leq 6]$$

$$190 \quad x^2 - (x+1)^2 \geq \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{4}$$

$$\left[x \leq -\frac{1}{9} \right]$$

$$191 \quad \frac{x-1}{4} + \frac{2-x}{3} < \frac{x}{2} + \frac{x-3}{6}$$

$$\left[x > \frac{11}{9} \right]$$

$$192 \quad \frac{x-2}{5} + \frac{1-x}{2} > \frac{3-x}{15} + \frac{x-3}{10}$$

$$\left[x < \frac{3}{5} \right]$$

$$193 \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \leq (x+2)(x-2) - (x+1)(x-3)$$

$$\left[x \geq \frac{1}{4} \right]$$

$$194 \quad \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \frac{1}{4}x^2$$

$$\left[x \geq \frac{1}{4} \right]$$

$$195 \quad (x-1)^3 - (x+1)^3 \geq (x-1)^2 - 7(x-1)(x+1)$$

$$[x \geq 5]$$

$$222 \quad \begin{cases} \frac{x}{2} > \frac{1-x}{3} \\ -2(x+1) + 3(2x-1) < 0 \end{cases} \quad \left[\frac{2}{5} < x < \frac{5}{4} \right]$$

$$230 \quad \begin{cases} -3(x-1) \leq 9 \\ x^2 + (x-2)(x+2) < (2x-1)(x+2) \\ \frac{x}{4} - \frac{x+1}{5} \geq \frac{2-x}{10} \end{cases} \quad \left[x \geq \frac{8}{3} \right]$$

$$223 \quad \begin{cases} x(x+1) \geq (x-2)(x+2) - 2(x-1) \\ (x-1)^2 < (x-2)(x+3) \end{cases} \quad \left[x > \frac{7}{3} \right]$$

$$231 \quad \begin{cases} \frac{x-2}{2} > \frac{x-3}{3} \\ 10-x \geq 0 \\ -0,3x \leq x-1 \end{cases} \quad \left[\frac{3}{4} \leq x \leq 10 \right]$$

$$224 \quad \begin{cases} x^2 + x(x-1) \leq (2x-1)(x-3) \\ -\frac{1}{2}(x+1)(x-1) + (x-2)^2 > \frac{1}{2}(x-1)^2 \end{cases} \quad \left[x \leq \frac{1}{2} \right]$$

Studia il segno dei seguenti prodotti. Dai risultati ottenuti, deduci il segno per i valori indicati a fianco. Verifica l'esattezza della deduzione, almeno in qualche caso.

$$154 \quad x(x+8), \quad x = -3, 0, 3.$$

$$158 \quad 5(x+3)(2x-1), \quad x = -4, 0, 4.$$

$$155 \quad (x-4)(6x+1), \quad x = -1, 0, 1.$$

$$159 \quad -7(2-x)(1-x), \quad x = -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}.$$

$$156 \quad \left(x + \frac{1}{3}\right)(2x-1), \quad x = -1, 0, 1.$$

$$160 \quad (x-5)(x+1)(x-2), \quad x = 0, 3, 6.$$

$$157 \quad (3x+2)(x+6), \quad x = -7, -1, 2.$$

$$161 \quad (3-2x)(4x-1)(2x-3), \quad x = 0, 1, 2.$$

$$205 \quad \frac{1-x}{2x} \geq 0 \quad [0 < x \leq 1]$$

$$215 \quad \frac{1-x}{1+x} \leq 0 \quad [x < -1 \vee x \geq 1]$$

$$206 \quad \frac{3x-6}{2x+1} \geq 0 \quad \left[x < -\frac{1}{2} \vee x \geq 2 \right]$$

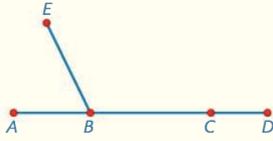
$$216 \quad \frac{5-2x}{2+x} < 0 \quad \left[x < -2 \vee x > \frac{5}{2} \right]$$

COMPITI GEOMETRIA

Ricordati di studiare le definizioni e i teoremi menzionati nel programma. Svolgi poi i seguenti esercizi:

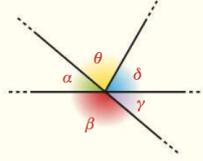
3 a. Scrivi la definizione di *segmenti consecutivi* e di *segmenti adiacenti*.

b. In riferimento alla seguente figura, individua tutte le coppie di segmenti *adiacenti* e tutte le coppie di segmenti *consecutivi ma non adiacenti*.

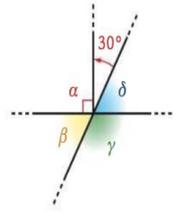


4 a. Scrivi la definizione di *angoli consecutivi*, *adiacenti* e *opposti al vertice*.

b. Fra gli angoli $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$, indicati nella seguente figura, individua tutte le coppie di angoli consecutivi, tutte le coppie di angoli adiacenti e tutte le coppie di angoli opposti al vertice.



49 Fai riferimento alla figura qui sotto, in cui α è retto, e determina le ampiezze degli angoli α, β, γ e δ .



59 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB . Considera sulla base AB due punti P e Q tali che $AP \cong QB$. Dimostra che il triangolo PQC è isoscele sulla base PQ .

60 Dimostra che il triangolo che si ottiene congiungendo i punti medi dei lati di un triangolo isoscele è ancora isoscele.

61 Dimostra che le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti.

43 Dato un segmento AB traccia, da parti opposte rispetto ad AB , due segmenti congruenti AP e BQ , che formino angoli congruenti con AB . Sul prolungamento di AP , dalla parte di P , considera un punto R e sul prolungamento di BQ , dalla parte di Q , un punto S in modo che $P\hat{B}R \cong Q\hat{A}S$. Dimostra che $AS \cong BR$.

112 Due triangoli ABC e ABC' , che appartengono a semipiani opposti aventi come origine la retta AB , sono tali che $C\hat{A}B \cong A\hat{B}C'$ e $A\hat{B}C \cong B\hat{A}C'$. Sia M il punto di intersezione di CC' con AB . Dimostra, nell'ordine, che:

- i triangoli ABC e ABC' sono congruenti;
- i triangoli ACC' e BCC' sono congruenti;
- i triangoli AMC e BMC' sono congruenti;
- M è il punto medio di AB .

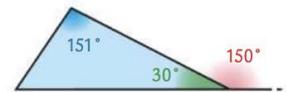
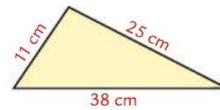
108 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB . Considera un punto P , interno al triangolo ABC , tale che $P\hat{A}B \cong P\hat{B}A$. Dimostra che:

- $AP \cong PB$;
- CP è la bisettrice dell'angolo $A\hat{C}B$;
- detti D ed E due punti appartenenti rispettivamente a BC e AC tali che $DC \cong EC$, risulta $EP \cong DP$.

110 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB . Sui due lati AC e BC , considera rispettivamente due punti P e Q tali che $CP \cong CQ$. Traccia quindi le bisettrici degli angoli $A\hat{P}Q$ e $B\hat{Q}P$, indicando con R il loro punto di intersezione. Dimostra che:

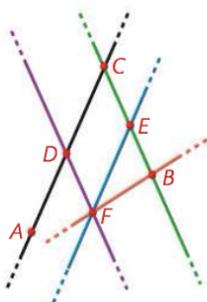
- PQR è isoscele;
- CR è la bisettrice di $A\hat{C}B$;
- CR interseca PQ nel suo punto medio.

100 **Figure impossibili.** Ciascuna delle seguenti figure è impossibile. Spiega perché.



22 Fai riferimento alla figura qui sotto e rispondi alle seguenti domande.

- Quali rette sono parallele se $D\hat{F}E \cong F\hat{E}B$?
- Quali rette sono parallele se $A\hat{D}F \cong D\hat{F}E$?
- Quali rette sono parallele se $D\hat{C}E$ e $C\hat{E}F$ sono supplementari?
- Quali rette sono parallele se $D\hat{C}E \cong F\hat{E}B$?



23 Determina le ampiezze di tutti gli angoli formati dalle due rette parallele r e s , tagliate dalla trasversale t .

