

# LICEO ARTISTICO A. SERPIERI

## PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA

CLASSE 4 T anno scolastico 2019/20

Prof.ssa Stefanini Lucia

### Goniometria

- Angoli e loro misure. Definizione di seno, coseno, tangente a partire dalla circonferenza goniometrica.
- Le due relazioni fondamentali della goniometria. Valori di funzioni goniometriche di angoli particolari.
- Grafico della sinusoide, della cosinusoide, della funzione tangente (dominio, codominio, periodicità, asintoti). Espressioni con funzioni goniometriche.
- Equazioni goniometriche elementari. Equazioni goniometriche riconducibili ad elementari e di secondo grado.

### Trigonometria

- Primo e secondo teorema dei triangoli rettangoli. Risoluzione di triangoli rettangoli. Area di un triangolo.
- Teorema della corda. Teorema dei seni. Risoluzione di un triangolo qualunque.

### La funzione esponenziale.

- Proprietà delle potenze. Potenze con esponente frazionario. La funzione esponenziale: grafico e proprietà.
- Equazioni e disequazioni esponenziali.

### La funzione logaritmica.

- Definizione di logaritmo. Proprietà dei logaritmi. La funzione logaritmica. Grafico e proprietà.
- Determinazione del dominio di una funzione razionale, irrazionale e trascendente.

Per gli alunni con recupero intero anno, i livelli minimi da raggiungere fanno riferimento a:

### Contenuti essenziali

- Funzioni goniometriche
- Risoluzione del triangolo rettangolo
- Funzione logaritmica
- Funzione esponenziale
- Equazioni esponenziali

### Abilità e competenze minime

- Conoscere e rappresentare le principali funzioni goniometriche utilizzando le trasformazioni geometriche

- Conoscere e applicare le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche
- Sapere risolvere espressioni goniometriche utilizzando valori di angoli particolari
- Sapere risolvere equazioni goniometriche riconducibili a elementari
- Conoscere e rappresentare le funzioni esponenziali e logaritmiche
- Saper operare con logaritmi ed esponenziali
- Sapere risolvere semplici problemi di trigonometria con i triangoli rettangoli
- Saper risolvere semplici equazioni esponenziali

Per gli alunni con recupero del pentamenstre, i livelli minimi da raggiungere si riferiscono alla sola parte sottolineata.

**Libro di testo:** Nuova matematica a colori. Modulo D-funzioni trascendenti. Petrini.

Rimini 10 Giugno 2020

L'insegnante

Gli alunni

Lucia Stefanini

## **COMPITI DI MATEMATICA 4T**

**Prof.ssa Stefanini Lucia**

Tutti gli alunni sono tenuti a svolgere gli esercizi assegnati.

Per gli alunni insufficienza i livelli minimi da raggiungere sono quelli descritti nel presente programma. Per gli studenti con insufficienza e lettera A viene messo a disposizione del materiale utile allo studio e al ripasso su classroom.

### **Per tutti gli alunni:**

✓ Ripassare le disequazioni di secondo grado svolgendo alcuni esercizi a piacere tra le seguenti pagine allegate (almeno 10 per la prima pagina e 5 per le altre).

✓ Ripassare bene equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche:

p.182(rivedere la sintesi con particolare attenzione alle proprietà del grafico) e seguenti:

n° 41-43-324-325-346-350-353-379-388-384-386-389-390-393

p.225(sintesi) e seguenti: n° 41-67-68-69-70 -74 - 359

### **Per gli alunni con sospensione del giudizio:**

✓ **Funzioni esponenziali e logaritmiche, equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche** (vedi sopra)

✓ **Funzione goniometriche- equazioni goniometriche-trigonometria:**

p. 31 e seguenti: n°46-47-, alcuni esercizi di p. 32,34, n 221-222-225, alcuni esercizi di p. 47, p. 76 e seguenti: n° 7, alcuni di p.77 e p.79.

p.110(sintesi) e seguenti: n18-19-24-25-33-47-52-62-63-98

Unità 8 Disequazioni di secondo grado e frazionarie

347  $\frac{x^2 - x - 12}{x} \leq 0$   $[x \leq -3 \vee 0 < x \leq 4]$

348  $\frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - 9} \leq 0$   $[-3 < x < 3]$

349  $\frac{2x - x^2 - 3}{2x^2 - x - 1} \leq 0$   $[x < -\frac{1}{2} \vee x > 1]$

350  $\frac{2 - x}{x^2 - 2x - 5} \geq 0$   $[x < 1 - \sqrt{6} \vee 2 \leq x < 1 + \sqrt{6}]$

351  $\frac{x^2 + 4}{x^2 + 6x + 5} > 0$   $[x < -5 \vee x > -1]$

352  $\frac{3x - x^2}{x + 1} \leq 0$   $[-1 < x \leq 0 \vee x \geq 3]$

353  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1} \leq 0$   $[x = 1]$

354  $\frac{2 - x}{x^2 - 1} < 0$   $[-1 < x < 1 \vee x > 2]$

355  $\frac{x^2 + 5x - 6}{x} \geq 0$   $[-6 \leq x < 0 \vee x \geq 1]$

356  $\frac{x}{x^2 - 25} \leq 0$   $[x < -5 \vee 0 \leq x < 5]$

357  $\frac{x^2}{x^2 - 4} \geq 0$   $[x = 0 \vee x < -2 \vee x > 2]$

358  $\frac{16 - x^2}{x - 3} < 0$   $[-4 < x < 3 \vee x > 4]$

359  $\frac{x - 3}{-x^2 + x + 6} \leq 0$   $[x > -2 \wedge x \neq 3]$

360  $\frac{9x - x^2}{2x - 12} \geq 0$   $[x \leq 0 \vee 6 < x \leq 9]$

361  $\frac{-x^2 + 3x - 2}{4x} \leq 0$   $[0 < x \leq 1 \vee x \geq 2]$

362  $\frac{x^2 - 8x + 16}{4 - x^2} \geq 0$   $[-2 < x < 2 \vee x = 4]$

363  $\frac{x^2 - 8x + 12}{4x - x^2} \leq 0$   $[x < 0 \vee 2 \leq x < 4 \vee x \geq 6]$

364  $\frac{x^2 - 4(x+1)^2}{3x - x^2} \leq 0$   $[-2 \leq x \leq -\frac{2}{3} \vee 0 < x < 3]$

365  $\frac{(2x+1)^2 - x^2}{2x - x^2 - 2} > 0$   $[-1 < x < -\frac{1}{3}]$

366  $\frac{3 - 6x}{x^2 - 5} \geq 0$   $[x < -\sqrt{5} \vee \frac{1}{2} \leq x < \sqrt{5}]$

367  $\frac{x^2 - 4x - 5}{2x^2 - x - 1} \leq 0$   $[-1 \leq x < -\frac{1}{2} \vee 1 < x \leq 5]$

368  $\frac{4x^2 - 8x}{4x^2 - 3} \leq 0$   $[-\frac{\sqrt{3}}{2} < x \leq 0 \vee \frac{\sqrt{3}}{2} < x \leq 2]$

369  $\frac{9 - 4x^2}{x^2 - 25} < 0$   $[x < -5 \vee -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2} \vee x > 5]$

370  $\frac{2x - 3x^2}{x - 1 - x^2} > 0$   $[x < 0 \vee x > \frac{2}{3}]$

371  $\frac{(4x - 3)^2}{2x - 5x^2 - 1} \leq 0$   $[\text{Per ogni } x \in \mathbb{R}]$

372  $\frac{-2x^2 - 1}{4x^2 - 3x - 1} > 0$   $[-\frac{1}{4} < x < 1]$

373  $\frac{x - x^2 - 1}{x - 2x^2 + 1} > 0$   $[x < -\frac{1}{2} \vee x > 1]$

374  $\frac{x^2 + 4x + 4}{1 - x^2} \geq 0$   $[x = -2 \vee -1 < x < 1]$

375  $\frac{x^2 + 1}{x + 5} < 0$   $[x < -5]$

376  $\frac{x^2 + 8x + 16}{3 - 4x} > 0$   $[x < \frac{3}{4} \wedge x \neq -4]$

377  $\frac{6x^2 - x - 2}{1 - x^2} \geq 0$   $[-1 < x \leq -\frac{1}{2} \vee \frac{2}{3} \leq x < 1]$

378  $\frac{x^2 + 6x + 9}{1 + x} < 0$   $[x < -1 \wedge x \neq -3]$

379  $\frac{6x^2 - x + 2}{x - x^2} > 0$   $[0 < x < 1]$

380  $\frac{x^2 - 6x + 5}{x} \leq 0$   $[x < 0 \vee 1 \leq x \leq 5]$

381  $\frac{6x - x^2}{2x^2 - 4x - 6} \geq 0$   $[-1 < x \leq 0 \vee 3 < x \leq 6]$

382  $\frac{(2x - 1)^2 + (3x + 1)^2}{(2x - 1)^2 - (3x + 1)^2} \geq 0$   $[-2 < x < 0]$

383 ESERCIZIO SVOLTO

Risolvi la disequazione  $\frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{3x - 1}{x - 3} > \frac{1}{6}$ .

Riconduciamo la disequazione alla forma  $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ :

$$\frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{3x - 1}{x - 3} > \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{3x - 1}{x - 3} - \frac{1}{6} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{6(2x - 1)(x - 3) - 6(3x - 1)(x - 2) - (x - 2)(x - 3)}{6(x - 2)(x - 3)} > 0$$

### 3. Le disequazioni frazionarie

guendo i calcoli al numeratore e sommando i termini simili, otteniamo:

$$\frac{-7x^2 + 5x}{(x-2)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{-7x^2 + 5x}{(x-2)(x-3)} > 0 \Rightarrow \frac{-7x^2 + 5x}{x^2 - 5x + 6} > 0$$

6  
> 0  
ndi si può  
mplicare

ervazione importante. Eseguendo i calcoli al denominatore, abbiamo ottenuto il polinomio  $x^2 - 5x + 6$ . Nel mo-  
to in cui, studiando il segno del denominatore, si porrà la necessità di risolvere l'equazione  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , ba-  
à ricorrere alla fattorizzazione  $(x-2)(x-3)$  del primo membro e applicare semplicemente la legge di annullamento  
prodotto per ottenere le soluzioni:  $x = 2$  e  $x = 3$ .

numeratore:  $-7x^2 + 5x > 0 \Rightarrow 7x^2 - 5x < 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{5}{7}$

ominatore:  $x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow x < 2 \vee x > 3$

truiamo la tabella dei segni:

	0	$\frac{5}{7}$	2	3	
segno di $(-7x^2 + 5x)$	-	0	-	-	-
segno di $(x^2 - 5x + 6)$	+	+	+	0	-
segno di $\frac{-7x^2 + 5x}{x^2 - 5x + 6}$	-	0	-	+	-

l'equazione è verificata per i valori di  $x$  che rendono la frazione  $\frac{-7x^2 + 5x}{x^2 - 5x + 6}$  positiva, cioè per:

$$0 < x < \frac{5}{7} \vee 2 < x < 3$$

olvi le seguenti disequazioni.

- 397  $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-1} > 1$   $[-2 < x < 1]$
- 398  $\frac{x^2}{x+1} > \frac{1}{2}$   $[-1 < x < -\frac{1}{2} \vee x > 1]$
- 399  $x - 3 > \frac{1}{2x-5}$   $[2 < x < \frac{5}{2} \vee x > \frac{7}{2}]$
- 400  $x + 2 > \frac{1}{x}$   $[-1 - \sqrt{2} < x < 0 \vee x > \sqrt{2} - 1]$
- 401  $\frac{6}{x+2} \geq 3 - x$   $[-2 < x \leq 0 \vee x \geq 1]$
- 402  $\frac{1}{x^2+x} - \frac{1}{x} \geq \frac{2}{x+1}$   $[x < -1]$
- 403  $\frac{x^2+3x-4}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 1$   $[x \geq 2]$
- 404  $\frac{x+1}{x} \leq \frac{2}{2-x}$   $[-2 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 2]$
- 405  $\frac{x+1}{2x-x^2} > -\frac{4}{3}$   $[x < -\frac{1}{4} \vee 0 < x < 2 \vee x > 3]$
- 406  $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1}$   $[0 < x < 1]$
- 407  $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{2x-2}$   $[x < -1 \vee 1 < x < 3]$
- 408  $\frac{2}{x-1} \leq \frac{1}{x+2}$   $[x \leq -5 \vee -2 < x < 1]$
- 409  $\frac{2}{x} > x$   $[x < -\sqrt{2} \vee 0 < x < \sqrt{2}]$
- 400  $\frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{2x-4} > 0$   $[-4 \leq x < -2 \vee x > 2]$
- 401  $\frac{1}{x^2-2x} > -1$   $[x < 0 \vee x > 2]$
- 402  $\frac{1}{1-x} > \frac{6}{x}$   $[x < 0 \vee \frac{6}{7} < x < 1]$
- 403  $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{6-2x} \geq \frac{x}{8}$   $[x \leq -1 \vee 3 < x \leq 4]$
- 404  $\frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2x+4}$   $[x \leq -6 \vee -2 < x < 0]$
- 405  $\frac{1}{3x^2-2x-1} > -1$   $[x < -\frac{1}{3} \vee 0 < x < \frac{2}{3} \vee x > 1]$
- 406  $\frac{x-1}{2x^2+1} > -1$   $[x < -\frac{1}{2} \vee x > 0]$
- 407  $\frac{x^2}{3x^2-2x+1} > 1$  [Impossibile]
- 408  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} \geq \frac{2}{x^2-x}$   $[0 < x < 1 \vee x \geq \frac{3}{2}]$
- 409  $\frac{x}{x+1} \geq \frac{1}{x} - \frac{5}{3}$   $[x < -1 \vee -\frac{3}{4} \leq x < 0 \vee x \geq \frac{1}{2}]$

Studiare il dominio di alcune delle seguenti funzioni (C.E.)

- 158**  $y = 3x^4 - x^3$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $x < 0 \vee x > \frac{1}{3}$ ]
- 159**  $y = \frac{x^2 - 9}{x}$  [D:  $x \neq 0$ ;  $y > 0$ :  $-3 < x < 0 \vee x > 3$ ]
- 160**  $y = x^7 - x^3$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $-1 < x < 0 \vee x > 1$ ]
- 161**  $y = \frac{(x+2)(x+1)}{x-4}$  [D:  $x \neq 4$ ;  $y > 0$ :  $-2 < x < -1 \vee x > 4$ ]
- 162**  $y = 3x|x^2 - 9x|$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $x > 0 \wedge x \neq 9$ ]
- 163**  $y = \frac{5 - 2x}{|x| - 1}$  [D:  $x \neq \pm 1$ ;  $y > 0$ :  $x < -1 \vee 1 < x < \frac{5}{2}$ ]
- 164**  $y = \frac{1 - x}{x + 4}$  [D:  $x \neq -4$ ;  $y > 0$ :  $-4 < x < 1$  (1; 0)]
- 165**  $y = x^3 - 6x^2$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $x \neq 0 \wedge x > 6$ ]
- 166**  $y = x^3 + 4x$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $x > 0$ ]
- 167**  $y = (2x^2 - x + 1)(25 - x^2)$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $-5 < x < 5$ ]
- 168**  $y = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(2x+1)}$  [D:  $x \neq -\frac{1}{2} \wedge x \neq 2$ ;  $y > 0$ :  $x < -3 \vee -\frac{1}{2} < x < 1 \vee x > 2$ ]
- 169**  $y = \frac{1}{x^3 - 10x^2 + 25x}$  [D:  $x \neq 0 \wedge x \neq 5$ ;  $y > 0$ :  $x > 0 \wedge x \neq 5$ ]
- 170**  $y = \frac{6 - x}{-x^3 - 9x}$  [D:  $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 3$ ;  $y > 0$ :  $x < -3 \vee x > 6$ ]
- 171**  $y = \frac{2x^2 - 8x}{x^2 - 2x + 4}$  [D:  $\mathbb{R}$ ;  $y > 0$ :  $x < 0 \vee x > 4$ ]
- 172**  $y = \frac{x - 4}{x(1 - x)^2}$  [D:  $x \neq 0 \wedge x \neq 1$ ;  $y > 0$ :  $x < 0 \vee x > 4$ ]
- 489**  $y = \log \frac{2x - 4}{x}$  [D:  $x < 0 \vee x > 2$ ;  $y > 0$ :  $x < 0 \vee x > 4$ ;  $y = 0$ :  $x = 4$ ]
- 490**  $y = \log \frac{1}{x + 2}$  [D:  $x > -2$ ;  $y > 0$ :  $-2 < x < -1$ ;  $y = 0$ :  $x = -1$ ]
- 491**  $y = \log_2 \log_2 x$  [D:  $x > 1$ ;  $y > 0$ :  $x > 2$ ;  $y = 0$ :  $x = 2$ ]
- 492**  $y = \frac{1}{\log(2^x - 1)}$  [D:  $0 < x < 1 \vee x > 1$ ;  $y > 0$ :  $x > 1$ ;  $y = 0$ : impossibile]
- 493**  $y = \log(x - 2) - 2$  [D:  $x > 2$ ;  $y > 0$ :  $x > 102$ ;  $y = 0$ :  $x = 102$ ]
- 494**  $y = \frac{\log x}{\log(x - 3)}$  [D:  $x > 3 \wedge x \neq 4$ ;  $y > 0$ :  $x > 4$ ;  $y = 0$ : impossibile]